УДК 517.5

# ПОДГОТОВКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕПРЕРЫВНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ К АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ОБРАБОТКЕ

А.С. Фадеев, Е.А. Кочегурова

Томский политехнический университет
E-mail: fas@aics.ru

*Выявлены недостатки непрерывного вейвлет-преобразования не позволяющие производить их автоматизированную обработку при решении задачи классификации частотных составляющих сигнала. Предложен эвристический алгоритм, повышающий информативность карт проекций изолиний вейвлет-преобразования. Показана возможность использования алгоритма для подготовки информации к дальнейшей автоматизированной обработке.*

Задача исследования сигналов, в том числе, сигналов звукового диапазона – одна из самых популярных прикладных задач. Часто требуется анализ сигнала в различных представлениях: амплитудно-временном, амплитудно-частотном или частотно-временном. Большое количество программно и аппаратно реализованных математических алгоритмов позволяет адекватно переходить от одной формы представления сигнала к другой. Зачастую удобные для визуального анализа формы представления сигнала крайне сложны для автоматизированной обработки и анализа.

Так, относительно новый математический аппарат непрерывного вейвлет-преобразования (НВП) обладает хорошей графической интерпретацией результатов, позволяя перейти от амплитудно-временного представления сигнала к амплитудно-частотно-временному.

Основой НВП является операция свертки сигнала $f(t)$ с вейвлетом из семейства вейвлет-функций вида $w_{s,\tau}(t)=\frac{1}{\sqrt{s}}w(\frac{t-\tau}{s})$. Семейство вейвлет-функций $w_{s,\tau}(t)$ получают на основании материнского вейвлета $w(t)$ масштабированием его параметром $s$ и сдвигом на величину $\tau$. Варьируя параметрами масштабирования $s$ и смещения $\tau$, достигают необходимой локализации как в частотной, так и во временной областях соответственно. Вид функции материнского вейвлета влияет на выявление определенных свойств сигнала. НВП $Wf(\tau, s)$ определяется формулой [1]:

$$Wf(\tau,s)=\langle f,w_{s,\tau}\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)w_{s,\tau}(t)dt.$$

Результатом НВП является двумерный массив чисел $Wf(\tau, s)$ характеризующий амплитудно-частотно-временные свойства сигнала. Значение числа в каждом элементе массива соответствует амплитуде определенной гармоники исследуемого сигнала в различные моменты времени.

На рис. 1 приведен фрагмент типичного графического представления НВП синусоидального сигнала в трехмерном пространстве время-частота-амплитуда и карты проекций изолиний. Градации цвета от черного к белому соответствуют изменениям амплитуды от минимальных до максимальных значений соответственно.

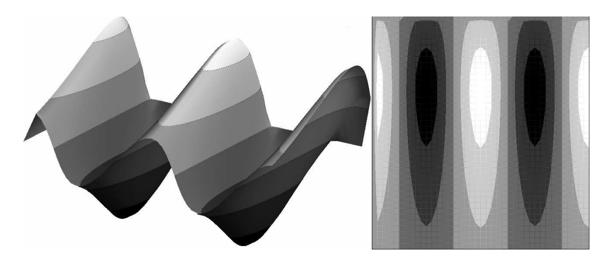


***Рис. 1.*** *Графические представления результатов непрерывного вейвлет-преобразования: слева – трехмерная модель поверхности; справа – карта проекций изолиний*

Визуальный анализ результатов НВП применяется во многих прикладных и инженерных задачах (медицина, метеорология, оптика, и др.) [2]. Но в некоторых задачах исследования сигналов звукового диапазона дальнейшая автоматизированная обработка результатов НВП, например, с применением искусственных нейронных сетей (ИНС) крайне затруднена. Это обусловлено наличием чередования положительных и отрицательных значений в массиве $Wf(\tau, s)$ вдоль временной оси. Визуально это соответствует чередованию светлых и темных полос, (рис. 2) хотя, во многих случаях, темные полосы – это неинформативная часть представления.

В данной работе предлагается ряд алгоритмов преобразований результатов НВП, позволяющих устранить указанный недостаток и, таким образом, подготовить их для автоматизированной обработки ИНС.

Как известно [3], по результату операции свертки можно судить о степени схожести двух функций. Свойства одной из них (вейвлет-функции), как правило, известны, и она является базисной. Операция свертки является сутью НВП и определяет основные его свойства.

Рассмотрим частные случаи операции свертки вейвлет-функций $w_{s,\tau}(t)$ с сигналом $f(t)$.

1. *Совпадение вейвлета с фрагментом функции.*

Параметры сдвига $\tau$ и масштабирования $s$ вейвлет-функции таковы, что периоды колебаний вейвлета $T$ совпадают с периодами функции $f(t)$ (рис. 3 и 4).

В такие моменты операция свертки функций дает положительное число. Причем абсолютное значение этого числа будет тем больше, чем более точно совпадает исходный сигнал с вейвлет-функцией.

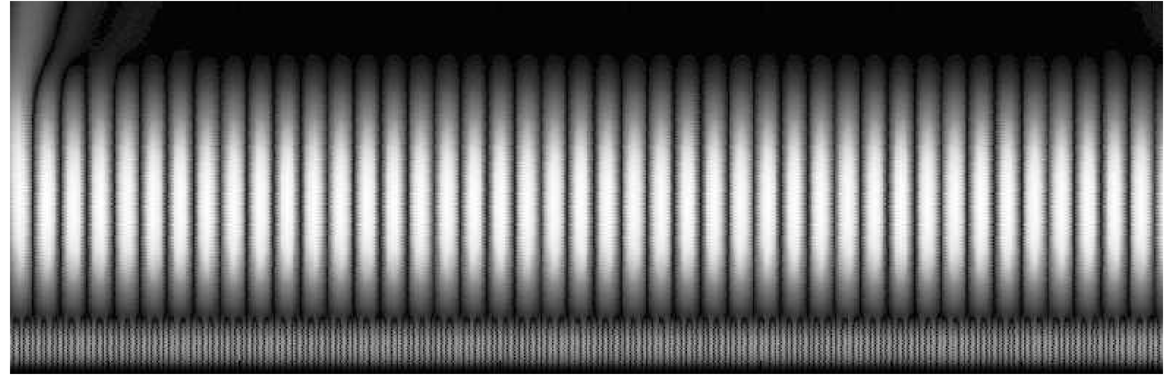


***Рис. 2.*** *Результат НВП сигнала вида* $f(t)=a_1 sin(\omega_1 t)+a_2 sin(\omega_2 t)$

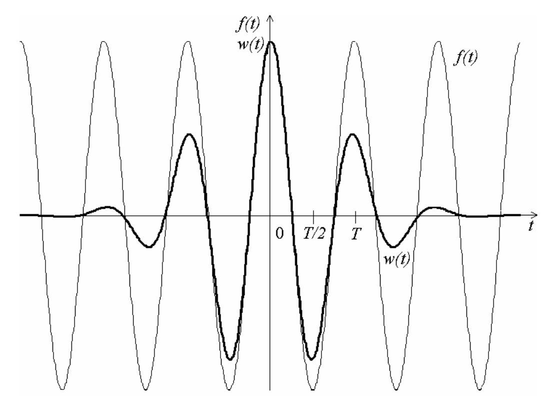



***Рис. 3.*** *Функции вейвлета w(t) и сигнала f(t)*

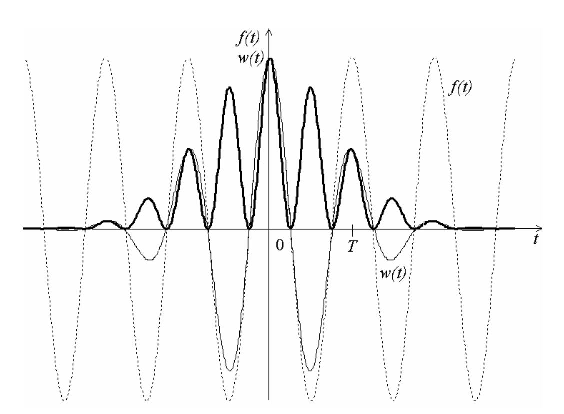



***Рис. 4.*** *Скалярное произведение f(t) и w(t)*

2. *Совпадение инверсии вейвлета с фрагментом функции.*

Функции вейвлета *w*(*t*) и сигнала *f*(*t*) в каждый момент времени имеют противоположные знаки, и скалярное произведение *w*(*t*) и *f*(*t*) целиком лежит в полуплоскости отрицательных значений (рис. 5 и 6).

В такие моменты результатом операции свертки функций *f*(*t*) и *w*(*t*) является отрицательное число. Причем, абсолютное значение этого числа будет тем больше, чем более точно совпадает исходный сигнал с инверсией вейвлет-функции.

*3. Несовпадение вейвлета с фрагментом функции.*

Функции вейвлета *w*(*t*) и сигнала *f*(*t*) либо сдвинуты относительно друг друга на ¼ периода (в случае совпадения периода сигнала с периодом колебаний вейвлета), либо настолько различны, что результатом операции свертки функций *f*(*t*) и *w*(*t*) является значение близкое к нулю.

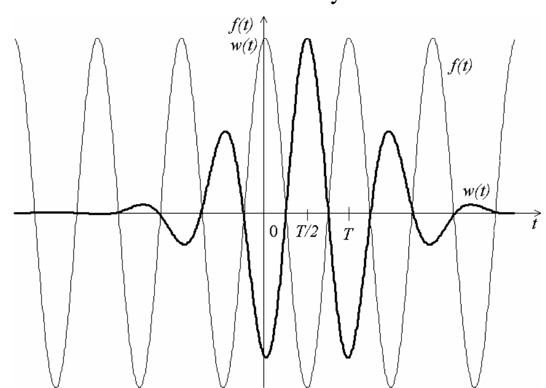



***Рис. 5.*** *Функции вейвлета w(t) и сигнала f(t), при τ=T/2*

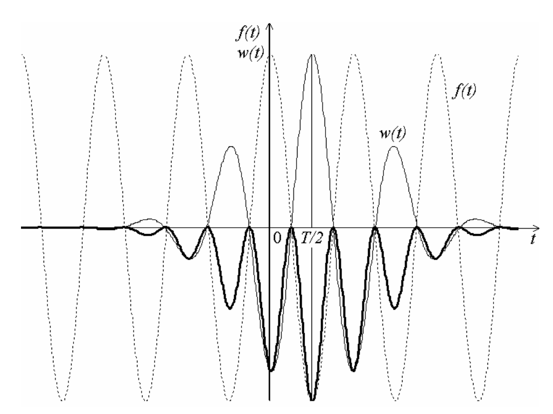



***Рис. 6.*** *Скалярное произведение f(t) и w(t), при τ=T/2*

Для решения задачи идентификации частотных составляющих сигнала [6], когда целью является выявление сигнала определенной формы и его амплитуды, значение фазы в пределах одного периода *T* не играют существенной роли. Поэтому, в качестве результатов НВП можно использовать абсолютные значения НВП (рис. 7).

В таком случае, более светлые области на графических представлениях результатов НВП будут соответствовать большим значениям амплитуды сигнала *f*(*t*). Наиболее темные области свидетельствуют либо об отсутствии в сигнале фрагментов, схожих с вейвлет-функцией, либо о моментах, ког-

да значение сдвига $\tau$ кратно четверти периода сигнала. Например, в случае НВП гармонического сигнала вида $f(t)=a_0\sin(\omega_0 t)$ светлые области соответствуют экстремумам функции, а черные – переходам функции через ноль.

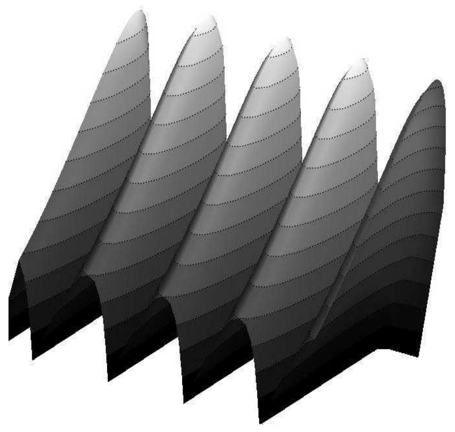


**Рис. 7.** *Графические представления абсолютных значений НВП*

Для большинства сигналов звукового диапазона, к которым относится и музыкальная информация [7], продолжительность звучания отдельных звуковых составляющих (нот) значительно больше периода их основной гармоники $T$. Поэтому во временном и частотном интервалах звучания одной ноты сигнал можно рассматривать как локально-стационарный.

На срезе карты проекций изолиний по значению параметра $s_0$, соответствующего частоте основной гармоники сигнала $\omega_0$ видно, что интервалы между пиками (всплесками), возникающими вдоль оси времени, соответствуют половине периода основной гармоники этих составляющих: $t_{i+1}-t_i=T/2$ и $t_{i+2}-t_i=T$, где $T=1/\omega_0$ (рис. 8).

В связи с тем, что наличие последовательности пиков на узком интервале времени говорит о наличии непрерывного локально-стационарного сигнала, то можно увеличить информативность результатов НВП. Для этого необходимо выполнить сглаживание, не потеряв информацию о наличии и амплитуде самого сигнала. Суть такого сглаживания заключается в формировании огибающей по экстремумам всплесков, интервал возникновения которых соответствует рабочей частоте $\omega$ и значению параметра $s$. При изменении амплитуды сигнала во времени значения пиков на карте проекций изолиний будут изменяться пропорционально интенсивности всплесков каждого полупериода сигнала.

Для формирования огибающей реализуем алгоритм, который для рабочей частоты $\omega$ и значения параметра $s$ в каждый момент времени $t_j$ вычисляет формулу секущей $F(t)$ и накладывает ее на график колебаний амплитуд $A(t)$ в пределах одного полупериода $T/2$.

$$F(t)=\frac{A(t_j+T/2)-A(t_j)}{T/2}t+A(t_j),$$

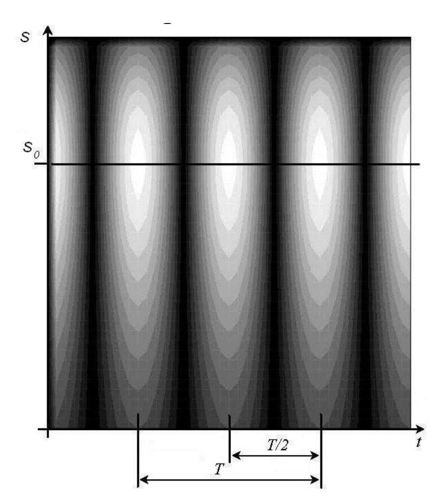
где $t\in[t_j;t_j+T/2]$.

После наложения каждой секущей, за результирующее значение сглаженного сигнала $A'(t)$ в каждый момент времени $t\in[t_j;t_j+T/2]$. берется наибольшее значение между функциями $A(t)$ и $F(t)$, рис. 9.

Далее выбирается новая рабочая частота $\omega$ и соответствующее ей значение параметра $s$ и операция вычисления и наложения секущей повторяется для всего временного интервала. На рис. 10 приведен фрагмент работы алгоритма формирования огибающей для среза на частоте $\omega_0$ НВП нестационарного сигнала для трех первых семейств секущих.

Амплитуда $A'(t)$ будет максимальна в те моменты, когда концы секущей совпадут с экстремумами функции $A(t)$. То есть при совпадении частоты следования всплесков функции $A(t)$ (а, следовательно, и колебаний сигнала) с рабочей частотой $\omega$.

В результате работы алгоритма для всех частотных срезов и для каждого момента времени получим массив значений $Wf'(\tau, s)$ той же размерности, что и массив значений $Wf(\tau, s)$.



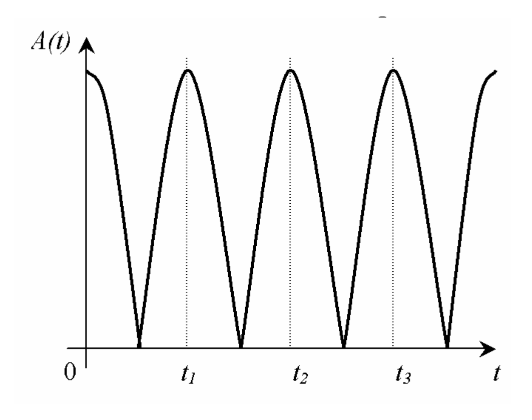




**Рис. 8.** *Слева: карта проекций изолиний абсолютных значений НВП; справа: срез значений амплитуды по параметру $s_0$*

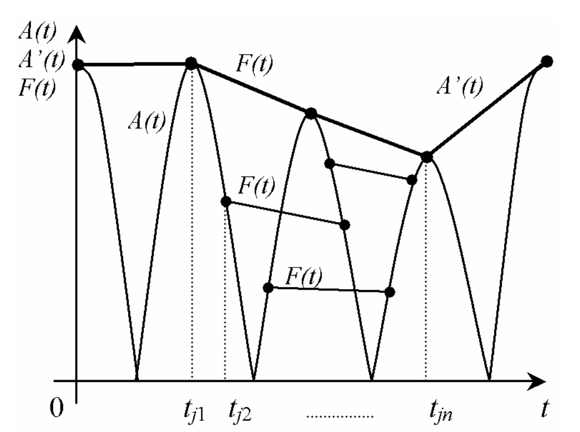



**Рис. 9.** *Наложение секущих F(t) на функцию A(t) и формирование огибающей A'(t)*

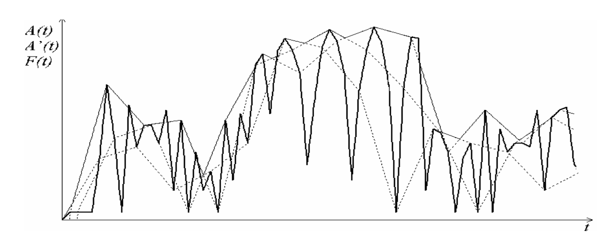


**Рис. 10.** *Промежуточные результаты работы алгоритма для среза на частоте $\omega_0$*

Сформированный массив значений $Wf'(\tau, s)$ представляет собой амплитудно-частотно-временную характеристику исходного сигнала $f(t)$, но, в отличие от результатов НВП $Wf(\tau, s)$ не содержит отрицательных значений и чередующихся последовательностей пиков (рис.11).

Срез массива значений $Wf'(\tau, s)$ вдоль оси частот (в любой момент времени) представляет собой амплитудно-частотную характеристику сигнала в этот момент времени. Срез вдоль оси времени – есть амплитудно-временная характеристика определенной частотной составляющей сигнала (изменение амплитуды определенной гармоники на протяжении всего сигнала).

Такие двумерные срезы (как и сам массив $Wf'(\tau, s)$) являются исходной информацией при автоматизированной обработке ИНС, для идентификации определенных свойств сигнала.

Работа представленного алгоритма была опробована при обработке ряда сигналов вида $f(t)=a_1\sin(\omega_1 t)+a_2\sin(\omega_2 t)$, а также фрагмента записи двухголосного музыкального произведения. Визуальный анализ графического представления результатов работы алгоритма показал действительное отсутствие в них указанных выше недостатков присущих результатам НВП и, следовательно, возможность дальнейшей автоматизированной обработки. В настоящее время разрабатываются алгоритмы решения задачи текущей классификации частотных составляющих сигнала с использованием ИНС типа *MaxNet*.

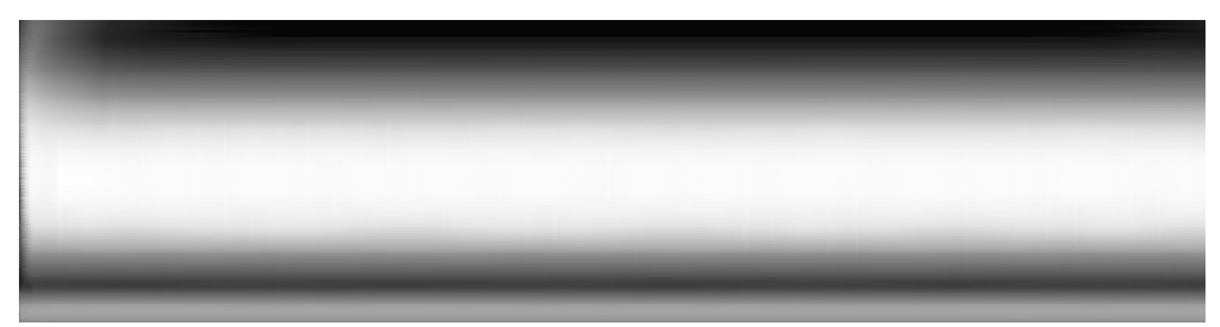


**Рис. 11.** *Графическое представление результатов преобразований значений НВП сигнала вида $f(t)=a_1\sin(\omega_1 t)+a_2\sin(\omega_2 t)$*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чуи К. Введение в вэйвлеты. – М.: Мир, 2001. – 412 с.
2. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. – 1998. – Т. 166. – № 11. – С. 1145–1170.
3. Пирс Дж. Символы, сигналы, шумы. – М.: Мир, 1967. – 336 с.
4. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MatLab. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
5. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 104 с.
6. Фадеев А.С., Кочегурова Е.А. К вопросу о преобразовании музыкальных форматов // Современные проблемы информатизации в моделировании и программировании: Сб. трудов XII Междунар. открытой научной конф. – Воронеж: Научная книга, 2006. – С. 255–257.
7. Кочегурова Е.А., Фадеев А.С. Вейвлет анализ в задаче идентификации музыкальной информации // Молодежь и современные информационные технологии: Сб. трудов IV Всеросс. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – С. 149–151.